

SÉRIE A, N° 724.

N° D'ORDRE :
1488.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. Jules ROUX.

Ancien Élève de l'École Normale supérieure.
Titulaire d'une Bourse Commercey.

1^{re} THÈSE. — LA CHARGE ÉLÉMENTAIRE DE L'ÉLECTRON. RECHERCHES
SUR LA LOI DE STOKES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 19 décembre 1912, devant la Commission d'Examen.

MM. E. BOUTY, *Président.*
G. URBAIN, } *Examineurs.*
J. PERRIN, }

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1912

11

SÉRIE A, N° 724.

N° D'ORDRE :
1488.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. Jules ROUX,

Ancien Élève de l'École Normale supérieure.
Titulaire d'une Bourse Commerc.

1^{re} THÈSE. — LA CHARGE ÉLÉMENTAIRE DE L'ÉLECTRON. RECHERCHES
SUR LA LOI DE STOKES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 19 décembre 1912, devant la Commission d'Examen.

MM. E. BOUTY, *Président.*
G. URBAIN, } *Examineurs.*
J. PERRIN, }



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1912

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

	MM.	
Doyen.....	P. APPELL, Professeur..	Mécan. analytique et Mécan. céleste.
Doyen honoraire.....	G. DARBOUX.....	Géométrie supérieure.
Professeurs honoraires. {	CH. WOLF.	
	J. RIBAN.	
	LIPPMANN.....	Physique.
	BOUTY.....	Physique.
	BOUSSINESQ.....	Physique mathématique et Calcul des probabilités.
	PICARD.....	Analyse supérieure et Algèbre sup.
	Y. DELAGE.....	Zoologie, Anatomie, Physiol. compar.
	Gaston BONNIER.....	Botanique.
	DASTRE.....	Physiologie.
	KÖNIGS.....	Mécanique phys. et expérimentale.
	VÉLAIN.....	Géographie physique.
	GOURSAT.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	HALLER.....	Chimie organique.
	JOANNIS.....	Chimie (Enseignement P. C. N.).
	JANET.....	Physique (Enseignement P. C. N.).
	WALLERANT.....	Minéralogie.
	ANDOYER.....	Astronomie.
	PAINLEVÉ.....	Mécanique rationnelle.
Professeurs.....	HAUG.....	Géologie.
	HOUSSAY.....	Zoologie.
	H. LE CHATELIER.....	Chimie.
	Gabriel BERTRAND.....	Chimie biologique.
	M ^{me} P. CURIE.....	Physique générale.
	CAULLERY.....	Zool. (Évolution des êtres organisés).
	C. CHABRIÉ.....	Chimie appliquée.
	G. URBAIN.....	Chimie.
	Émile BOREL.....	Théorie des fonctions.
	MARCHIS.....	Aviation.
	Jean PERRIN.....	Chimie physique.
	G. PRUVOT.....	Zoologie, Anatomie, Physiol. comp.
	MATRUCHOT.....	Botanique.
	H. ABRAHAM.....	Physique.
	CARTAN.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	N.....	Applicat. de l'Analyse à la Géométrie.
	N.....	Histologie.
	N.....	Mathématiques générales.
	PUISEUX.....	Mécanique et Astronomie.
	LEDUC.....	Physique.
	MICHEL.....	Minéralogie.
	HEROUARD.....	Zoologie.
	Léon BERTRAND.....	Géologie.
Professeurs adjoints...	Rémy PERRIER.....	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
	MOLLIARD.....	Physiologie végétale.
	COTTON.....	Physique.
	LESPIEAU.....	Chimie.
	GENTIL.....	Pétrographie.
	SAGNAC.....	Physique (Enseignement P. C. N.).
	PEREZ.....	Zoologie (Évolution des êtres organisés).
Secrétaire.....	D. TOMBECK.	

A

MA CHÈRE FEMME.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549928_0085

A

MONSIEUR JEAN PERRIN.

Respectueux hommage.

PREMIÈRE THÈSE.

LA

CHARGE ÉLÉMENTAIRE DE L'ÉLECTRON.

RECHERCHES SUR LA LOI DE STOKES.

L'étude des phénomènes électrolytiques montre que les quantités d'électricité libre que peuvent prendre les ions sont aussi invariables que les masses atomiques des éléments chimiques. L'interprétation la plus simple et la plus intuitive est d'admettre que l'électricité possède une structure discontinue, une structure atomique, ce qui revient à supposer l'existence de particules élémentaires des deux signes.

Nous ne pourrions pas expliquer les lois des proportions définies et des proportions multiples sans la conception atomistique de la matière; de même sans la conception atomistique de l'électricité, nous ne pourrions pas comprendre l'existence d'ions, c'est-à-dire d'atomes ou radicaux pouvant prendre des charges électriques multiples d'une quantité déterminée d'électricité, appelée *électron* d'après Helmholtz, qui le premier fit cette hypothèse.

La détermination de la charge élémentaire d'électricité, qu'on désigne par e , ou des quantités qui s'y rattachent directement, a été tentée par beaucoup de savants, à l'aide de méthodes très différentes les unes

des autres. Non seulement elle permet de vérifier l'hypothèse d'Helmholtz et toutes les conséquences qui en furent tirées, mais, grâce à certaines relations, elle permet d'arriver aux diverses grandeurs moléculaires; elle apporte une contribution à la théorie cinétique des gaz et à la *réalité objective des molécules*.

D'ailleurs la liste des travaux se rattachant à cette détermination montre qu'elle est d'un puissant intérêt.

Ce travail a pris naissance dans l'étude des divergences entre les résultats obtenus par M. Jean Perrin, dans son Mémoire sur le mouvement brownien ⁽¹⁾, et par M. Millikan dans ses recherches sur l'isolement d'un ion et la mesure de e ⁽²⁾. Il a été fait au Laboratoire de Chimie physique de la Sorbonne, sous la direction de M. Jean Perrin, à qui je suis heureux d'exprimer ici mes sentiments de vive et affectueuse reconnaissance.

INTRODUCTION.

1. Appelons, suivant l'usage, *nombre d'Avogadro*, le nombre N de molécules contenues dans une molécule-gramme d'un corps, et *Faraday* la quantité F d'électricité (96 550 coulombs) que laisse passer, en se décomposant, une molécule-gramme d'acide chlorhydrique, par exemple. Puisque, à l'état d'ions, l'atome-gramme d'hydrogène (N atomes d'hydrogène) transporte un faraday, on a la relation

$$Ne = F.$$

Désignons par α la constante d'énergie moléculaire; la théorie cinétique montre que

$$\alpha = \frac{3R}{2N},$$

⁽¹⁾ *Ann. de Chim. et de Phys.*, septembre 1909.

⁽²⁾ *Phys. Review*, t. XXXII, n° 4, 1911, p. 349.

R étant la constante des gaz parfaits ($83,2 \cdot 10^6$ unités C.G.S).

La détermination de l'une quelconque des constantes e N, ou α permettra de calculer les deux autres.

Connaissant ainsi N, on en déduira facilement la masse d'une molécule ou d'un atome quelconque. A l'aide de l'équation de Clausius-Maxwell

$$L = \frac{1}{\sqrt{2} \pi} \frac{1}{n D^2}$$

(où L est le libre parcours moyen du gaz considéré, n le nombre de molécules par centimètre cube, nombre calculé d'après N), on aura D diamètre de la molécule du gaz, si l'on connaît L.

On aura un ordre de grandeur de N si, connaissant le diamètre d'une molécule, on admet qu'à l'état liquide ces molécules sont empilées à la façon d'une pile de boulets. On peut de diverses façons arriver à calculer le diamètre d'une molécule.

2. Thomas Young ⁽¹⁾, en 1805, est le premier qui ait cherché à faire le calcul. Il trouva, comme expression du diamètre d de la sphère d'action des forces moléculaires, la valeur $3 \frac{H}{K}$ (K et H étant les deux constantes de la théorie de Laplace sur la capillarité, K le terme indépendant de la courbure, H le terme proportionnel à la courbure dans la tension capillaire). Young calcule H d'après l'ascension de l'eau dans les tubes capillaires et il estime, sans en donner la raison, K à 23000^{atm} . Il trouve, pour l'eau, $d = \frac{4}{10^9}$ pouce anglais (environ $\frac{1}{10^8}$ cm).

On peut calculer K par la chaleur de vaporisation (comme l'a fait Dupré), par la constante a de la formule de Van der Waals; on peut prendre K approximative-

(1) *Phil. Trans.*, Londres, 1805, p. 95.

ment égal au coefficient de rupture des matières solides (Boltzmann).

Par un autre procédé, Young arriva au diamètre de la molécule : au moyen de l'hypothèse que les molécules se touchent dans l'état liquide, et que la condensation de la vapeur commence dès que la distance des centres de deux molécules voisines est égale à leur distance d'action (conception qui ne répond plus à nos idées actuelles), Young a trouvé $d = 2,5.10^{-10}$ cm, nombre trop petit, mais qui ne diffère pas énormément de l'ordre de grandeur adopté aujourd'hui.

Reinold et Rucker ⁽¹⁾, dans leurs recherches sur la lame noire des bulles de savon, trouvèrent comme diamètre des molécules 6.10^{-7} cm, valeur certainement par excès; Drude ⁽²⁾, par la même méthode obtint 17.10^{-7} cm; Johonnot ⁽³⁾, par le même procédé, a pu obtenir des lames de l'ordre de $6,2.10^{-7}$ cm.

Faraday a préparé des lames d'or dont l'épaisseur était inférieure à $0,5.10^{-7}$ cm.

Röntgen ⁽⁴⁾ et, indépendamment de lui, Lord Rayleigh ⁽⁵⁾ produisirent, à la surface de l'eau, des pellicules d'huile dont l'épaisseur variait de $10,6.10^{-8}$ à $5,6.10^{-10}$ cm. Tout récemment, Devaux put obtenir des pellicules d'huile de $1,13.10^{-8}$ cm. Toutes ces valeurs sont des limites supérieures du diamètre des molécules.

3. La première détermination plus exacte des dimensions moléculaires fut faite par F. Loschmidt ⁽⁶⁾, en s'appuyant

⁽¹⁾ REINOLD et RUCKER, *Phil. Trans.*, London, t. CLXXIV, 1883, p. 645; *Proc. Roy. Soc. London*, t. XL, 1886, p. 441.

⁽²⁾ *Ann. Phys. und Chemie*, t. XLIII, 1891, p. 158.

⁽³⁾ JOHONNOT, *Phil. Mag.*, t. V, 1899, p. 501.

⁽⁴⁾ *Ann. Phys. und Chemie*, t. XLI, 1890, p. 321.

⁽⁵⁾ *Proc. Roy. Soc. Lond.*, t. XLVII, 1899, p. 364; *Papers*, t. III, Cambridge, 1903, p. 347.

⁽⁶⁾ *Sitzungsberichte Akad. Wien*, t. LII, II, 1865, p. 395.

sur la théorie cinétique des gaz. On sait, d'après Clausius-Maxwell, que, si L désigne le libre parcours moyen d'une molécule de diamètre D , n le nombre de molécules par centimètre cube, on a la relation

$$L = \frac{1}{\pi \sqrt{2}} \frac{1}{n D^2},$$

les molécules étant supposées sphériques, ce qui est vraisemblablement le cas pour les gaz monoatomiques comme l'argon.

L peut se calculer à l'aide du frottement intérieur, du coefficient de diffusion ou du coefficient de conductibilité thermique, comme l'ont montré les travaux de Maxwell, Clausius, Stefan, etc.

Loschmidt obtint une deuxième relation entre n et D en tirant des recherches de Kopp sur le volume moléculaire des liquides en ébullition, une conséquence au sujet du volume réel occupé par les molécules dans l'unité de volume. Comme le volume est $\frac{1}{6} \pi n D^3$, on a ainsi deux relations entre n et D . Loschmidt en tire $D = 10^{-7}$ cm et $n = 10^{21}$ pour l'azote liquide (ce qui donne $N = 200.10^{22}$).

W. Thomson (1) se sert de l'argon (gaz monoatomique dont les molécules sont probablement sphériques), et il admet que le volume de l'argon liquide est égal au volume $q^3 D^3 n$ que les molécules occuperaient si leurs centres étaient aux sommets de cubes, dont les côtés seraient qD (q étant un nombre peu différent de l'unité). Thomson calcule le libre parcours moyen de l'argon ($L = \frac{1}{\pi \sqrt{2} \cdot n D^2}$) en utilisant la relation qui lie L au coefficient de diffusion. Il trouve, pour l'argon liquide,

$$n = 8,9.10^{19}$$

ce qui donne $N = 20.10^{22}$).

(1) W. THOMSON, *Lond. Phil. Mag.*, 6^e série, t. IV, 1902, p. 197.

Si l'on suppose un arrangement différent des molécules, on a un nombre différent. En admettant, par exemple, que les molécules d'argon sont empilées à la façon d'une pile de boulets, on obtient

$$N = 28.10^{22}.$$

Van der Waals ⁽¹⁾ obtient une deuxième relation entre n et D en remarquant que le terme b de la formule

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

représente, d'après Maxwell, le quart du volume vrai d'une molécule-gramme

$$b = \frac{\pi n D^3}{24}.$$

On peut déterminer b de différentes façons : par exemple, en mesurant l'écart que présente le gaz avec la loi des gaz parfaits, ou bien en appliquant la relation

$$b = \frac{1}{8} \frac{\theta_0}{273 \pi_0},$$

où π_0 et θ_0 sont la pression et la température critique.

Le calcul donna à Van der Waals pour l'air

$$D = \frac{2,7}{10^8}.$$

ce qui entraîne

$$N = 60.10^{22}.$$

Tout récemment, Ghose ⁽²⁾ appliqua la formule de Van der Waals à l'hélium, en se servant des mesures faites par Kammerlingh-Onnes (qui trouve pour b la valeur 7.10^{-4}). Au lieu de la relation de Maxwell $b = 4u$,

⁽¹⁾ VAN DER WAALS, *De continuïteit van den vloeibaren en gasvormigen toestand*, Leyde 1873.

⁽²⁾ *Nature*, t. LXXX, 1909, p. 39.

il emploie la relation établie expérimentalement par Holborn

$$b = 4 \sqrt{2} u,$$

ce qui lui donne pour diamètre de la molécule d'hélium la valeur

$$0,5 \cdot 10^{-8},$$

par suite

$$N = 62 \cdot 10^{22}.$$

Franz Exner ⁽¹⁾ utilisa, comme deuxième relation, la formule de Clausius-Mosotti sur la constante diélectrique

$$\frac{K-1}{K+2} = \frac{n}{6} \pi D^3.$$

En réalité, cette formule devrait s'écrire

$$\frac{n}{6} \pi D^3 > \frac{K-1}{K+2},$$

car le volume vrai des n molécules est supérieur au volume des n sphères conductrices qu'on pourrait substituer aux molécules sans changer la constante diélectrique K du milieu. On peut mesurer K expérimentalement; on peut aussi le calculer à partir de mesures d'optique, en remarquant qu'il est sensiblement égal au carré de l'indice de réfraction, d'après Maxwell. La valeur calculée pour N est $200 \cdot 10^{22}$.

Kohlrausch ⁽²⁾ déduit une deuxième relation en s'aidant de considérations sur la force électromotrice que donnent de très minces couches de gaz sur les métaux. Bernstein ⁽³⁾, par des recherches d'électrocapillarité, Gertsman ⁽⁴⁾, par comparaison entre la chaleur de dissolu-

⁽¹⁾ *Sitz. Akad. Wien*, t. XCI, II, 1885, p. 850.

⁽²⁾ *Nach. Ges.*, Göttingen, 1872, p. 453.

⁽³⁾ *Annalen der Phys.*, t. XIV, 1904, p. 172.

⁽⁴⁾ *Verh. der deutsch. phys. Ges.*, t. I, 1899, p. 194.

tion de la poudre de sucre et du sucre massif, tirèrent également des valeurs grossièrement approchées du diamètre des molécules (Kohlrausch trouve $0,5 \cdot 10^{-7}$, Bernstein $1,58 \cdot 10^{-7}$).

4. Lord Rayleigh ⁽¹⁾ montra que la coloration bleue du ciel pouvait s'expliquer par un phénomène de diffraction produit par les molécules de l'air sur la lumière solaire.

Soumettant la question au calcul, en s'aidant de la théorie élastique de la lumière, il trouva une formule où entrent la constante d'Avogadro et des grandeurs mesurables. Il retrouva ensuite la même formule en partant de la théorie électromagnétique de la lumière telle que l'a formulée Maxwell. Langevin ⁽²⁾ montra que l'introduction des électrons dans la théorie électromagnétique permet de simplifier beaucoup l'analyse de Rayleigh sans en changer les résultats. Des recherches faites par Sella au mont Rose donnèrent, pour N , $90 \cdot 10^{22}$.

Bauer et Moulin ⁽³⁾, au mont Blanc, trouvèrent N compris entre 30 et $70 \cdot 10^{22}$.

Je ne crois pas que les recherches basées sur cette remarquable théorie puissent donner une valeur approchée pour N , par suite pour e , à cause de l'incertitude trop grande sur la connaissance du pouvoir réflecteur du sol.

5. Jean Perrin ⁽⁴⁾, dans son travail sur le mouvement brownien, a donné une méthode susceptible de grande précision permettant de calculer la valeur de N , par suite de e .

⁽¹⁾ *Lond., Edinb., Dublin, Phil. Mag.*, 4^e série, t. XLI, 1871, p. 107 et p. 274; *Papers Cambridge*, t. I, p. 87.

⁽²⁾ LANGEVIN, Cours (non publié) professé au Collège de France en 1907-1908.

⁽³⁾ BAUER et MOULIN, *Le Radium*, 1910, p. 372.

⁽⁴⁾ PERRIN, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8^e série, t. XVIII, 1909; *Comptes rendus*, 1908-1910, etc.

Disons de suite que pour N il trouve la valeur $68,5 \cdot 10^{22}$, ce qui donne pour $e : 4,2 \cdot 10^{-10}$. Cherchant si le mouvement brownien peut s'expliquer par la théorie cinétique, il fut amené à appliquer le théorème de l'équipartition de l'énergie (dû aux travaux de Maxwell, Gibbs, Boltzmann, Langevin) aux granules perceptibles au microscope. Il calcula, à partir de grandeurs accessibles aux mesures, l'énergie moyenne de translation des granules d'une émulsion, montra qu'elle était indépendante de la grosseur des grains et de leur nature. Ayant l'énergie moyenne, il en déduisit la constante d'énergie moléculaire α , par suite N, comme nous l'avons vu plus haut.

Pour arriver à la constante d'énergie moléculaire, Perrin mesura ou bien la répartition en hauteur des grains d'une émulsion uniforme, ou bien le déplacement moyen en un temps donné.

Les résultats furent confirmés par la mesure de la rotation des grains, en appliquant une formule déduite par Einstein, de la théorie cinétique.

La méthode de Perrin est, comme nous l'avons dit, susceptible d'une grande précision : il suffit de faire porter les calculs sur un nombre suffisamment grand de granules.

Einstein ⁽¹⁾ a indiqué une formule permettant de calculer la viscosité K' d'une émulsion, si l'on connaît la viscosité K du liquide intergranulaire et le volume φ des granules. Il applique lui-même cette formule aux molécules de sucre, d'après la différence entre les viscosités de l'eau pure et de la solution. Il trouve, pour N, la valeur $40 \cdot 10^{22}$.

Bancelin ⁽²⁾, se servant d'émulsions de gomme gutte dans l'eau, trouva, par le même procédé, c'est-à-dire par des mesures de viscosité, $75 \cdot 10^{22}$.

⁽¹⁾ *Annalen der Physik*, t. XIX, 1906, p. 289.

⁽²⁾ *Comptes rendus*, t. CLII, 1911, p. 1382.

Einstein, toujours par application de la théorie cinétique des gaz, a trouvé pour expression du coefficient de diffusion de granules sphériques

$$D = \frac{RT}{N} \frac{1}{6\pi a \eta}.$$

Léon Brillouin, tout récemment, chercha le coefficient de diffusion de la gomme gutte dans la glycérine. Il trouva $N = 69.10^{22}$ (d'où $e = 4.20.10^{-10}$).

Nous verrons plus loin que l'étude du mouvement brownien a permis à Perrin d'établir que la loi de Stokes était applicable à des granules microscopiques.

Pellat avait supposé, pour arriver aux grandeurs moléculaires, que la loi de Stokes pouvait s'étendre aux ions : cette extension hardie de la loi de Stokes n'est peut-être pas légitime. En tout cas, voici le raisonnement de Pellat : Soit u la vitesse moyenne du transport électrique d'un ion monovalent de rayon a , de charge e dans un champ électrique H . On a

$$6\pi\eta au = He.$$

En multipliant les deux membres de cette égalité par N , et remarquant que Ne est justement égal à un faraday, on a

$$(1) \quad N.6\pi\eta a \frac{u}{H} = F.$$

D'autre part, on peut calculer le volume de l'ion, ou tout au moins en avoir un ordre de grandeur, à partir du volume Φ de l'atome-gramme à l'état solide

$$(2) \quad 0,25\Phi < \frac{4}{3}\pi a^3 N < 0,73\Phi.$$

Ces deux relations entre a et N permettent de calculer ces valeurs. On trouve que

N est compris entre 63.10^{22} et 108.10^{22} .

La valeur ainsi obtenue pour N est bien de l'ordre de grandeur cherché.

6. Une méthode tout à fait différente a conduit Lorentz et Planck aux dimensions moléculaires. Lorentz ⁽¹⁾, étudiant le rayonnement d'un corps noir, explique ce rayonnement par le mouvement des corpuscules, mouvement étudié par Drude et J.-J. Thomson dans leur théorie cinétique des métaux; Lorentz calcule quelle relation existe entre l'énergie de radiation correspondant aux longueurs d'onde comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$, et l'énergie corpusculaire α .

Appliquant à sa théorie les résultats expérimentaux obtenus par Lummer et Pringsheim, il en tire pour N la valeur 77.10^{22} .

M. Planck ⁽²⁾, par une théorie électromagnétique du rayonnement, était arrivé à la même formule que Lorentz. On trouve par cette théorie, en tenant compte des mesures les plus récentes, $N = 64.10^{22}$ (à ± 4 pour 100 près).

7. *Méthodes électriques.* — Une belle méthode de détermination de la charge de l'électron a été employée par Regener, puis par Rutherford. Crookes ⁽³⁾, puis Elster et Geitel ⁽⁴⁾ avaient admis qu'on peut compter le nombre des particules α émises par une substance radioactive, en comptant les scintillations produites sur un écran phosphorescent. Regener ⁽⁵⁾, admettant que chaque scintillation correspond à un projectile α , tire de là, le premier, une valeur approchée de e . Il mesura, utilisant certains résultats de Rutherford, la charge transportée par un

⁽¹⁾ *Ions, Electrons, Corpuscles*, t. I, Paris 1905, p. 509.

⁽²⁾ *Annalen der Phys.*, t. IV, 1901, p. 564.

⁽³⁾ CROOKES, *Proc. Roy. Soc.*, t. LXXXI, 1903, p. 405.

⁽⁴⁾ ELSTER et GEITEL, *Phys. Zeits.*, t. V, 1903, p. 437.

⁽⁵⁾ REGENER, *Verh. der deutsch. phys. Gesells.*, t. X, 1908, p. 78.

nombre connu de projectiles : le quotient de cette charge par le nombre des particules donne e .

Très peu de temps après, Rutherford ⁽¹⁾ montra que l'hypothèse de Regener était justifiée, en dénombrant d'une autre manière le nombre de particules α émises dans le même temps par la même quantité de radium : il compta ces particules d'une part par le nombre de scintillations, d'autre part par le nombre des déviations balistiques d'un électromètre qui reçoit ces particules, et il trouva, par les deux procédés, des nombres concordants à moins de 2 pour 100 près. En collaboration avec Geiger, il reprit avec plus de précision les mesures de Regener. Mesurant la charge totale rayonnée par un atome-gramme de radium C et le nombre de projectiles α émis pendant une seconde par la même quantité de radium, une simple division donne la charge portée par une particule α . Ils trouvèrent ainsi des nombres variant de 8,3 à $10 \cdot 10^{-10}$ U.E.S (chaque particule α est un ion bivalent).

Rutherford calcula, d'une autre manière, la charge totale rayonnée par un atome-gramme de radium, à partir des données de Boltwood ⁽²⁾ sur la durée de vie du radium, en admettant que chaque atome de radium qui se détruit donne naissance à un projectile α . Il ⁽³⁾ trouve ainsi pour e la valeur $4,1 \cdot 10^{-10}$.

Un troisième procédé permet d'avoir la charge totale; il suffit de mesurer le débit d'hélium résultant de la transmutation d'une quantité connue de radium; chaque atome d'hélium correspond à un projectile α . Ce débit, très soigneusement mesuré par Dewar ⁽⁴⁾, puis par Boltwood

⁽¹⁾ RUTHERFORD, *Proc. Roy. Soc.*, t. LXXXI, 1908, p. 174; *Le Radium*, t. V, 1908, p. 257.

⁽²⁾ BOLTWOOD, *Proc. of Manch. philos. Soc.*, t. LIV, 1909.

⁽³⁾ RUTHERFORD.

⁽⁴⁾ DEWAR, *Proc. Roy. Soc.*, t. LXXXI, 1908, p. 280.

et Rutherford, conduit à la valeur $e = 4,7.10^{-10}$, d'où $N = 62$.

Une mesure plus récente de M^{me} Curie et Debierne sur l'hélium engendré par l'actinium (dénombrement électrométrique par enregistrement photographique) donne (chiffre provisoire) $e = 4,4.10^{-10}$.

8. *Mesures directes de la charge de l'électron.* — C.-T.-R. Wilson ⁽¹⁾ a établi que, dans un gaz humide, soigneusement débarrassé de poussières et brusquement sursaturé par refroidissement, les gouttelettes d'eau se forment autour des ions produits dans le gaz. Voici comment J.-J. Thomson ⁽²⁾ se sert de ce résultat pour arriver à la charge élémentaire; il maintient un gaz dans un état d'ionisation constante (il utilisa d'abord les rayons Röntgen, puis le radium).

Il détermine la charge E , sous forme d'ions, dans le gaz en mesurant le courant qui passe à travers le gaz; s'il y a n ions et si la charge est uniforme,

$$E = ne',$$

e' étant la quantité cherchée.

On détend adiabatiquement et brusquement le gaz, et l'on mesure la vitesse de chute du brouillard formé par la détente, sous l'action de la pesanteur, ce qui permet, grâce à la loi de Stokes, d'avoir le rayon, par suite le volume v de chaque gouttelette. L'application des lois de la Thermodynamique donne la masse m d'eau condensée par la détente, par suite le nombre $n = \frac{m}{v}$ d'ions préexistant dans le gaz, par suite e' .

⁽¹⁾ *London Phil. Mag.*, 5^e série, t. XLVI, 1904, p. 681.

⁽²⁾ *Phil. Mag.*, 5^e série, t. XLVI, 1898, p. 528, et 5^e série, t. XLVIII, 1899, p. 547.

J.-J. Thomson trouva d'abord $6,5 \cdot 10^{-10}$ puis $3,4 \cdot 10^{-10}$ (dernière valeur plus probable d'après Thomson).

Cette méthode comporte plusieurs causes d'erreur : on suppose, en effet, que chaque ion a servi de germe à une gouttelette, que chaque ion ne contient qu'un électron, que toute l'eau s'est condensée, que la loi de Stokes est applicable dans ce cas.

H.-A. Wilson ⁽¹⁾ perfectionna beaucoup ce procédé en déterminant le rapport des vitesses du brouillard sous l'action de la pesanteur seule et sous l'action combinée de la pesanteur et d'un champ électrique.

Wilson produit les gouttelettes par détente adiabatique. Soient a le rayon, v_1 la vitesse sous l'action de la pesanteur, v_2 la vitesse sous l'action combinée du champ terrestre et du champ électrique H . On a la relation

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{4}{3} \pi a^3 g}{\frac{4}{3} \pi a^3 g + H e'}$$

a étant toujours donné, comme dans les mesures de J.-J. Thomson, par application de la loi de Stokes. H.-A. Wilson trouva que, sous l'action du champ, le brouillard se divisait en deux ou trois nuages, correspondant exactement à des charges électriques dans les rapports de 1 à 2 et 1 à 3, pour chaque expérience.

Les valeurs trouvées pour e variaient d'ailleurs d'une expérience à l'autre. La valeur moyenne (à 30 pour 100 près) donnée par Wilson est $3,1 \cdot 10^{-10}$.

Les résultats donnés par Wilson sont assez peu précis; il n'a pas tenu compte de l'évaporation des gouttelettes pendant leur chute; il applique la loi de Stokes à des gouttelettes petites et à un brouillard, ce qui constitue

⁽¹⁾ *Phil. Mag.*, 6^e série, t. V, 1903, p. 429.

deux causes d'erreur, comme nous le verrons plus loin. De plus, l'air du condensateur n'est peut-être pas à une température constante; par suite, la viscosité doit varier, donc le rayon calculé n'est peut-être pas exact. Enfin il est très difficile d'observer la vitesse d'un brouillard.

Des premières expériences faites par Millikan et Begeman ⁽¹⁾ selon le même dispositif, paraissent comporter une précision plus grande : ils ont trouvé

$$e = 4,05.10^{-10}.$$

Begeman ⁽²⁾ a repris ensuite seul les mesures; le dispositif expérimental est le même dans les grandes lignes; certains perfectionnements ont été apportés en ce qui concerne : l'uniformité de température de la chambre de condensation, l'observation de la durée de chute du brouillard et de l'évaporation des gouttelettes pendant leur chute. Il trouva ainsi

$$e = 4,668.10^{-10} \text{ U. E. S } ^{(3)}.$$

Ses expériences présentent en outre l'intérêt de mettre en évidence la polyatomicité de l'électricité; ses nuages se divisaient, en effet, en trois parties distinctes, dont les charges respectives étaient, pour les différentes gouttelettes, e , $2e$, $3e$.

D'après ce que nous verrons plus loin, cette valeur de e ($4,668.10^{-10}$) doit être abaissée; Begeman ne tient pas compte de la correction qu'on doit apporter à la loi de Stokes quand la goutte considérée a un diamètre de

⁽¹⁾ MILLIKAN et BEGEMAN, *Phys. Review*, 1908.

⁽²⁾ BEGEMAN, *Phys. Review*, t. XXXI. 1910, p. 41.

⁽³⁾ En fait, la valeur de e déduite (après corrections faites, comme nous le verrons) des expériences de Begeman doit être regardée comme comprise entre 4,25 et 4,5.

l'ordre de grandeur du libre parcours moyen du milieu.

9. Ehrenhaft ⁽¹⁾ et de Broglie ⁽²⁾, presque simultanément, ont modifié d'une façon particulièrement heureuse la méthode de H.-A. Wilson, en observant non plus un nuage, un brouillard, mais des particules séparées sur lesquelles ils faisaient des moyennes. Dans les expériences de de Broglie, par exemple, on met de la fumée de tabac dans une cuve, et l'on observe, à l'aide d'un microscope, les grains fortement éclairés par un faisceau convergent. L'application de la loi de Stokes permet d'avoir le diamètre moyen des grains. En mesurant la vitesse moyenne de déplacement horizontal de ces grains sous l'action d'un champ électrique à lignes de force horizontales, on a une seconde équation qui permet de calculer e .

Les particules de de Broglie et de Ehrenhaft sont très petites et sont, par conséquent, animées d'un mouvement brownien très rapide qui gêne pour l'observation. De plus, il y a une incertitude sur la densité des particules.

Ehrenhaft, dans un premier Mémoire, donne $4,5 \cdot 10^{-10}$, de Broglie ⁽³⁾ $4,6 \cdot 10^{-10}$ et Przibram ⁽⁴⁾ trouve le même nombre en opérant par la même méthode sur la fumée de phosphore dont il prend d'ailleurs la densité égale à 1, on ne sait pourquoi.

⁽¹⁾ EHRENHAF, *Phys. Zeit.*, t. X, 1908-1909, p. 308.

⁽²⁾ DE BROGLIE, *Comptes rendus*, t. CXLVIII, 1909, p. 1163-1315; *Le Radium*, t. VI, 1909, p. 203.

⁽³⁾ DE BROGLIE, en réalité, n'a pas déterminé e . Il a mesuré $\frac{\xi^2}{\tau}$,

le coefficient de diffusion (de la formule $\frac{\xi^2}{\tau} = \frac{RT}{N} \frac{3\pi a \zeta}{1}$) et a vérifié que le produit $N e$ a la même valeur que le faraday. Pour avoir e , il suppose N connu.

⁽⁴⁾ PRZIBRAM, *Phys. Zeit.*

10. Millikan ⁽¹⁾ a beaucoup amélioré le dispositif de ces auteurs, par les perfectionnements suivants :

1^o Substitution d'une substance non volatile (huile, mercure) aux liquides (eau, alcool) employés jusqu'alors (élimination de la cause d'erreur due à l'évaporation);

2^o Manière nouvelle d'introduire des gouttes chargées dans le condensateur, manière qui permet de n'avoir dans le champ qu'une seule goutte de densité bien connue;

3^o Condensateur construit de façon à bien connaître les constantes du milieu dans lequel on observe la goutte;

4^o Emploi d'une source ionisante permettant de faire varier la charge de la goutte;

5^o Mesure précise de la vitesse de la goutte.

Voici comment opérait Millikan : une goutte provenant de la pulvérisation d'un liquide (elle est généralement chargée) est introduite, par un trou très fin, dans un condensateur à plateaux horizontaux. On observe sa chute et l'on mesure sa vitesse à l'aide d'une lunette à court foyer, munie d'un oculaire micrométrique. Pendant la chute libre, on superpose au champ terrestre un champ électrique d'intensité et de sens tels que la goutte remonte dans le condensateur : on mesure la vitesse de la goutte; on supprime le champ électrique : la goutte tombe, on le rétablit, la goutte remonte et ainsi de suite.

Tout en maintenant, grâce au champ électrique, la goutte dans le condensateur, on ionise l'air du condensateur, soit par des rayons Röntgen, soit par une substance radioactive. La charge de la gouttelette augmente ou

(1) MILLIKAN, *Phys. Rev.*, décembre 1909; *Phil. Mag.*, t. XIX, p. 209, février 1910. — Pour plus de détails, voir le Mémoire d'ensemble publié dans *Phys. Rev.*, Vol. XXXII, n° 4, avril 1911.

diminue, ce dont on s'aperçoit à la variation de la vitesse prise par la goutte, sous l'action du champ électrique. Un calcul très simple donne la charge E_1 , avant ionisation, la charge E_2 après. Le plus grand commun diviseur aux nombres E_1 et E_2 donne la valeur de l'électron. Millikan trouve ainsi

$$e = 4,891 \cdot 10^{-10} \text{ U. E. S.}$$

On conçoit combien cette méthode peut comporter de précision [Millikan donne le $\frac{1}{2500}$ comme erreur possible, précision que nous discuterons ⁽¹⁾]. De plus, elle permet de montrer (Millikan ne l'a peut-être pas assez fait ressortir, et cependant cela découle tout naturellement de ses belles recherches) combien est tangible la structure discontinue de l'électricité; en effet, la différence $E_1 - E_2$ est toujours très petite, et la valeur trouvée pour e (comme diviseur commun à E_1 et E_2) est contenue une, deux ou trois fois dans $E_1 - E_2$. Il en résulte que la charge gagnée par ionisation est de un, deux ou trois électrons.

Nous verrons tout à l'heure quelques critiques à apporter aux mesures de Millikan.

En même temps que Millikan, Ehrenhaft ⁽²⁾ a appliqué la même méthode; mais au lieu d'opérer sur des gouttes liquides, il a employé des particules colloïdales d'or et d'argent, obtenues par pulvérisation d'un arc électrique jaillissant entre électrodes de ces métaux. Les résultats obtenus sont curieux: les valeurs calculées pour $e \times 10^{-10}$ unités C. G. S. électrostatiques varient entre 1,5 et 10 et ne paraissent pas avoir de partie aliquote. Il semblerait, d'après ces expériences, que la valeur généralement adoptée

⁽¹⁾ Pendant l'impression de ce Mémoire, Millikan vient de donner une seconde détermination ($e = 4,777$) [*Phys. Zeit.*, t. XIII, 1^{er} déc. 1912, p. 1162] qui diffère de 2 pour 100 de la précédente et dont il estime la précision à $\frac{1}{100}$.

⁽²⁾ *Phys. Zeit.*, t. X, 1909, p. 308; t. XII, 1911, p. 98.

pour e ne serait pas la plus petite quantité d'électricité.

Mais parmi les causes qui faussent les résultats de Ehrenhaft, deux surtout sont importantes : la non sphéricité des grains et l'ignorance de leur densité. Ehrenhaft dit, en effet, dans son Mémoire, que les grains observés ont un mouvement brownien faible; or, si les grains étaient sphériques et que leur rayon soit celui observé par Ehrenhaft, obtenu par application de la loi de Stokes, le mouvement brownien serait considérable, et il serait pour ainsi dire impossible de mesurer la vitesse de chute de ces grains. Comme l'a fait remarquer J. Perrin, les grains d'Ehrenhaft ont probablement une constitution spongieuse. De plus, ils ne sont pas constitués par de l'or ou de l'argent pur : on sait, en effet, que dans un arc entre électrodes de ces métaux, il se forme des oxydes d'azote et de l'ozone; il est vraisemblable que, à la température de l'arc, le métal et ces gaz réagissent ensemble et donnent une combinaison qui constitue les particules observées, combinaison dont on ne connaît évidemment pas la densité. Et voici l'influence de cette densité : si au lieu de prendre pour les particules d'argent colloïdal $d = 8$ on prend $d = 1$, le calcul donne le nombre 8.10^{-10} au lieu du nombre $1,4.10^{-10}$ trouvé par Ehrenhaft.

Il y a d'autres causes d'erreur, mais les deux précédentes suffisent pour faire rejeter ces résultats d'Ehrenhaft.

11. Réunissons en un Tableau les valeurs de $e \times 10^{10}$ obtenues par les méthodes qui paraissent comporter la plus grande précision :

Émission de projectiles α	{	Charge totale rayonnée ..	4,68	
		Constante de temps du Ra.	4,12	
		Hélium produit par Ra...	4,08	
		Hélium produit par Ac...	4,4	
Rayonnement noir		4,5	± 4	pour 100
Mouvement brownien (J. Perrin).....		4,25	± 3	pour 100
Mesure directe de la charge (Millikan).....		4,891	$\pm \frac{1}{2500}$	

On voit par ce Tableau que les valeurs de e diffèrent de 20 pour 100.

Prenons, par exemple, les chiffres de Jean Perrin et de Millikan.

Le nombre 4,25 de Jean Perrin est donné avec une approximation de 3 pour 100. Millikan donne le nombre 4,891 avec une approximation qu'il dit être égale à $\frac{1}{2500}$.

D'où peut provenir une telle divergence entre deux résultats qui paraissent comporter une grande précision ?

12. En étudiant soigneusement les deux méthodes employées et cherchant quelles causes d'erreur elles comportent, j'ai été amené sur le conseil de Jean Perrin à refaire les expériences de Millikan, en y apportant quelques modifications.

J'avais d'abord pensé que Millikan n'avait peut-être pas le droit d'appliquer la loi de Stokes, établie dans le cas des sphères solides, à des gouttes liquides. En fait la correction à apporter de ce chef paraît négligeable. Incidemment, il m'a paru intéressant d'étudier comment doit être corrigée la loi de Stokes dans le cas de sphères liquides tombant dans un liquide.

Puis j'ai essayé de déterminer expérimentalement comment on doit tenir compte du rayon de la gouttelette et corriger la loi de Stokes, lorsque ce rayon est de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen des molécules du fluide (et c'est cela qui s'est trouvé important). Enfin, j'ai repris les expériences de Millikan, en employant des sphérules solides, à la place des gouttelettes liquides.

Ce travail se compose donc de deux parties :

Recherches expérimentales sur la loi de Stokes.

Détermination de la charge de l'électron.

I.

RECHERCHES SUR LA LOI DE STOKES.

13. Dans une série de Mémoires très intéressants, Sir G. Stokes a étudié *l'effet de la viscosité des fluides sur le mouvement des pendules* ⁽¹⁾.

Incidemment, il a appliqué la théorie du frottement interne à des problèmes d'un grand intérêt, mais qui ne se rapportent au pendule qu'indirectement. L'un de ces problèmes est relatif au mouvement uniforme que prend une sphère tombant dans un fluide indéfini, lorsqu'on peut négliger le carré de la vitesse devant la vitesse. Stokes a trouvé que la résistance au mouvement de cette sphère est proportionnelle, pour un fluide et une vitesse donnée, non à la surface, mais au rayon de la sphère.

X étant la résistance au mouvement, V la vitesse de la sphère, μ le coefficient de frottement interne du milieu, Δ la densité de la sphère, δ celle du milieu, a le rayon de la sphère, Stokes a trouvé la relation

$$X = 6\pi\mu a V \delta.$$

Le produit $\mu\delta$ est ce qu'on appelle *la viscosité du fluide*, que nous désignerons par η .

En sorte qu'une sphère tombant sous l'action de la pesanteur dans un fluide indéfini aura une vitesse uniforme donnée par la relation

$$6\pi a \eta V = \frac{4}{3}\pi a^3 (\Delta - \delta) g.$$

Dans son Mémoire, Stokes suppose que la sphère est solide et qu'elle a des dimensions finies.

(1) STOKES, *Math. and Phys. Papers*, t. III, p. 55.

Stokes a vérifié lui-même l'exactitude de cette loi en l'appliquant aux résultats expérimentaux de Coulomb, Bessel et Baily. De nombreuses vérifications expérimentales de cette loi furent faites depuis par Allen ⁽¹⁾, Arnold ⁽²⁾, etc.

Les mesures de Jean Perrin ⁽³⁾ ont montré que dans les liquides la loi de Stokes s'appliquait rigoureusement aux sphères microscopiques, même animées de mouvement brownien intense, bien que le mouvement de ces sphères ne soit pas uniforme, comme le supposait Stokes. Et Perrin pense que la loi est encore valable même pour les grains ultramicroscopiques des colloïdes.

La loi de Stokes s'applique même aux grosses molécules, dans les liquides, aux molécules de sucre, en particulier, comme cela résulte des calculs d'Einstein, modifiés après les expériences de Bancelin, comme nous l'avons vu (n° 5).

Nous voilà donc en possession d'une loi qui permet, par exemple, de calculer facilement le rayon d'une particule sphérique, en étudiant la chute de cette particule.

Nous avons vu précédemment quelles nombreuses applications en furent faites dans la détermination de la charge élémentaire de l'électron par H.-A. Wilson, J.-J. Thomson, Millikan, etc.

Tous ces auteurs ont opéré sur des sphères liquides (eau, alcool, huile, mercure) et sur des sphères dont le diamètre est de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen dans le gaz. Mais la loi de Stokes était-elle rigoureusement applicable dans ces deux cas ?

14. *Cas d'une sphère fluide.* — Quand une goutte liquide tombe dans un milieu visqueux, il doit se produire à

⁽¹⁾ ALLEN, *Phil. Mag.*, 1900, p. 323.

⁽²⁾ ARNOLD, *Phil. Mag.*, t. CXXXI, 1911, p. 756.

⁽³⁾ J. PERRIN, *Ann. de Chim. et de Phys.*, septembre 1909.

l'intérieur une circulation de liquide qui doit remplacer le frottement de glissement par un frottement de roulement, et, par suite, modifier la vitesse de chute, en l'augmentant. Stokes, dans son Mémoire, a examiné le cas d'une sphère liquide : il dit qu'il faut tenir compte du mouvement relatif des particules formant la sphère, mais, pour traiter le problème, il suppose que la sphère est préservée, dans une couche strictement sphérique, par l'attraction capillaire : avec cette hypothèse, il arrive naturellement au même résultat que si la sphère était solide. Il reconnaît cependant que cette hypothèse n'est plus admissible dans le cas d'une bulle de gaz se déplaçant dans un fluide et qu'il est impossible de considérer cette bulle comme une sphère solide.

Rybczynski ⁽¹⁾ et, postérieurement et indépendamment de lui, Hadamard ⁽²⁾ ont repris le calcul de Stokes dans le cas d'une sphère liquide. Ils trouvent, pour équation donnant la vitesse limite d'une sphère de densité Δ_1 , de viscosité η , dans un fluide de densité Δ et de viscosité η_1 , l'équation

$$(\Delta_1 - \Delta)g = \frac{2}{9}\eta \frac{V}{a^2} \frac{\eta_1 + \frac{2}{3}\eta}{\eta_1 + \eta}.$$

En appliquant le calcul précédent au cas de gouttes d'eau ($\eta = 1057 \cdot 10^{-5}$) tombant dans l'air ($\eta = 18 \cdot 10^{-5}$), on trouve que la vitesse donnée par la loi de Stokes doit être multipliée par

$$\frac{1057 + 18}{1057 + \frac{2}{3} \times 18} = 1,006 \text{ environ.}$$

(Nous verrons que la vitesse entre par la puissance $\frac{3}{2}$

(1) RYBCZYNSKI, *Ac. R. des Sc. de Cracovie*, 9 janvier 1911.

(2) HADAMARD, *Comptes rendus*, mai 1911.

dans l'expression de e , la correction à apporter, d'après Hadamard, serait donc seulement de $\frac{1}{100}$ environ).

J'ai essayé d'étudier par l'expérience la chute de sphères liquides. L'étude directe présente certaines difficultés; dans l'équation

$$v = \frac{2}{9} g \frac{\Delta - \delta}{\eta} a^2,$$

v doit être tel qu'on puisse négliger son carré; on voit immédiatement que, pour cela, il faut faire $\Delta - \delta$ petit ou bien a petit, ou bien η grand.

Il est difficile de faire a très petit, car a est la quantité la plus difficile à mesurer directement avec précision, et de plus entre par son carré dans l'équation. La mesure de η est facile au contraire. Quant à la mesure de $\Delta - \delta$, la précision dépend de la différence des densités.

Il y a donc intérêt, au point de vue précision, à ne pas faire $(\Delta - \delta)$ trop petit.

J'ai essayé, par exemple, la chute de gouttes d'aniline dans l'eau (préalablement saturée d'aniline). Je photographiais, sur la même plaque, la goutte à deux instants donnés, séparés par un intervalle de temps connu.

J'attendais, avant de découvrir l'objectif, la première fois, que le régime permanent fût établi (c'est-à-dire que la vitesse de chute fût uniforme).

Ces mesures ne m'ont pas donné de résultats concordants, à cause de la difficulté presque insurmontable de mesurer exactement le diamètre de la goutte sur le cliché (il fallait prendre des plaques très rapides, et la grosseur du grain est telle qu'on ne peut pas distinguer les bords de la goutte). Il était impossible de peser la goutte par différence dans le tube à l'extrémité duquel on la formait, car il fallait nécessairement, pour qu'elle fût petite, la former à l'intérieur même du liquide : le tube eût été

mouillé et n'aurait pas donné de bons résultats à la pesée ⁽¹⁾.

J'ai alors cherché à faire des gouttes d'huile dans l'eau. Là encore, difficulté très grande dans la mesure du diamètre de la goutte.

15. Voici à quoi je me suis arrêté. Dans une éprouvette portant des repères, je mettais de l'huile de ricin (très visqueuse); je laissais longtemps cette éprouvette dans une cave (salle de thermochimie du Laboratoire de Chimie générale de la Sorbonne), où la température ne variait pas de $\frac{1}{10}$ de degré par jour. Dans une série de petits tubes effilés, j'introduisais du mercure. Quand la température était bien fixe, je faisais tomber le mercure sur l'huile, de façon à n'avoir qu'une goutte par tube. La goutte ainsi formée entraînait dans l'huile et tombait lentement. Quand la vitesse était uniforme, je la mesurais. La pesée des tubes vides, avant et après l'expérience, me donnait le poids des gouttes, par suite leur rayon.

La densité de l'huile, à la température de l'expérience, était prise au pycnomètre (0,965 à 14°,1).

⁽¹⁾ En formant de grosses gouttes d'aniline, qui tombent vite, on les voit se déformer et s'aplatir. On peut facilement observer les

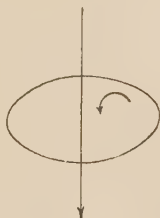


Fig. 1.

mouvements à l'intérieur de la goutte quand il y a une petite bulle d'air. On voit cette bulle se mouvoir dans le sens de la flèche (fig. 1).

La viscosité de l'huile de ricin fut déterminée de deux façons : d'abord à l'aide de l'appareil d'Ostwald, fondé sur la loi de Poiseuille et qui permet la comparaison de deux fluides : ceci donna 21,23 pour $\eta_{14^{\circ},1}$; puis par application de la loi de Stokes à de petites sphères d'acier trempé, parfaitement sphériques. La loi de Stokes donne en effet

$$\eta = \frac{2}{9} g a^2 \frac{\Delta - \sigma}{v}.$$

J'ai employé des billes de bicyclette (diamètre 2^{mm}; densité 7,926).

J'ai trouvé

$$\eta_{14^{\circ},1} = 21,18.$$

Les valeurs de η sont donc concordantes.

Le Tableau ci-dessous donne les résultats obtenus :

α en μ .	ν mesuré en cm : sec.	ν calculé d'après Stokes en cm : sec.	$\frac{\nu_m}{\nu_c}$	ν calculé d'après Hadamard.
618....	0,526	0,495	1,06	0,743
648....	0,581	0,547	1,06	0,820
669....	0,633	0,580	1,09	0,870
671....	0,638	0,584	1,09	0,875
699....	0,695	0,633	1,09	0,950
711....	0,725	0,655	1,10	0,982
715....	0,735	0,663	1,10	0,996
872 ...	1,110	0,986	1,12	1,48
905....	1,220	1,107	1,10	1,64

On voit que l'erreur sur ν peut atteindre le $\frac{1}{10}$, quand on applique la loi de Stokes. La divergence avec la formule de Rybczinsky-Hadamard vient peut-être de l'extraordinaire viscosité de l'huile de ricin.

16. *Cas où la sphère considérée a un diamètre de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen des molécules du fluide dans lequel elle se meut.* — Des expériences de Zeleny (1)

(1) ZELANY, *British Association*, 1909; *Nature*, décembre 1909.

avec des spores, puis avec des particules sphériques très petites ayant montré que la loi de Stokes n'était pas rigoureusement applicable, Cunningham (1) chercha si, par des considérations cinétiques, on ne pouvait pas arriver à avoir une formule de correction répondant aux résultats expérimentaux.

Lorsque la sphère est très petite, le nombre de chocs de cette sphère avec les molécules du gaz diminue, par suite la résistance au mouvement devient plus petite et la sphère doit tomber plus vite.

En s'aidant d'une formule générale donnée par Langevin (2) sur la diffusion, formule dont Langevin s'est servi pour étudier la mobilité des ions, et en l'appliquant au cas d'une seule particule, Cunningham trouva que la résistance au mouvement de la particule est

$$X = 6\pi\eta a V \left(1 + A \frac{l}{a}\right)^{-1}$$

avec

$$A = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{3\pi}{2}} = 1,63,$$

l désignant le libre parcours moyen.

Pour arriver à ce résultat, Cunningham a fait l'hypothèse que le choc entre la particule et une molécule du gaz est un choc élastique (c'est-à-dire de la même nature que le choc entre deux sphères élastiques : les vitesses de la molécule avant et après le choc sont identiques).

Si l'on suppose qu'il n'y a aucune corrélation entre la vitesse avant le choc et la vitesse après, la formule ci-dessus doit être modifiée de la façon suivante : f désignant

(1) CUNNINGHAM, *Proceedings of the Royal Society*, t. LXXXIII, 1910, p. 357.

(2) LANGEVIN, *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. V, 1905, p. 265.

d'après Maxwell la fraction des molécules produisant des chocs élastiques, le coefficient A doit être égal à

$$\frac{1,63}{2-f}.$$

Maxwell déduit des expériences de Kundt et Warburg que pour les chocs entre les molécules d'air et le verre, f doit être pris égal à $\frac{1}{2}$. Si aucune molécule ne subit de choc élastique, f doit être pris égal à zéro.

La connaissance de f est très importante. En effet, suivant qu'on prend pour f les valeurs 0 ou 1, le coefficient A varie de 0,815 à 1,63.

Prenons par exemple le cas d'une sphère de rayon 1^{μ} tombant dans l'air : $l = 9,5 \cdot 10^{-6}$ cm. Le coefficient k est égal à

$$1 + 0,815 \frac{9,5 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-4}} = 1,0772 \quad (\text{pour } f = 0),$$

et

$$1 + 1,63 \frac{9,5 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-4}} = 1,1548 \quad (\text{pour } f = 1).$$

Le rapport des vitesses, calculées pour ces valeurs de f , est

$$\frac{1,1548}{1,0772} = 1,07.$$

Théoriquement, on n'a aucune donnée précise sur f . Il fallait donc chercher expérimentalement.

Millikan, dans son travail sur la détermination de la charge élémentaire d'électricité, a été amené, par des considérations expérimentales, au résultat que f devait être pris égal à zéro, dans le cas de sphères d'huile.

Il construit la courbe donnant les valeurs de e en fonction du rayon des gouttelettes, rayon calculé par la formule de Stokes. De l'examen de cette courbe, il déduit d'une part la valeur de e , comme valeur limite, et d'autre part la correction à apporter à la loi de Stokes.

La valeur $f = 0$ signifie que tous les chocs seraient comme subis par une surface rugueuse : une molécule heurtant la goutte serait (si $f = 0$) renvoyée suivant une direction *sans rapport aucun* avec la direction d'incidence. Cela semble, à première vue, bien étrange.

L.-W. Mac Keehan ⁽¹⁾ a cherché à étudier directement la chute de petites sphères. Il a repris le dispositif de Zeleny, mais a substitué, aux spores de lycopode employées par cet auteur, de petites sphères de cire, obtenues par pulvérisation. Le diamètre de ces sphères était mesuré au microscope (ce qui introduit, je crois, une cause d'erreur, à cause des phénomènes de diffraction qui se produisent au bord).

La densité des petites sphères était prise égale à celle de la cire en masse, ce qui n'est peut être pas rigoureusement exact. On mesurait le temps de chute dans un tube d'environ 30^{cm} de hauteur (dans lequel, à mon avis, il est impossible d'éviter les courants de convection, car la température n'y est pas uniforme). Néanmoins, l'ensemble de ses résultats a conduit Mac Keehan à attribuer au coefficient A de la formule de Cunningham, la valeur

$$1 \pm 0,003,$$

ce qui donne pour f la valeur 0,37.

M. Knudsen et S. Weber ⁽²⁾ ont repris le même problème par une méthode toute différente et très élégante. Au lieu de diminuer le rayon de la sphère pour l'amener à être de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen, ils ont augmenté ce libre parcours en opérant dans le vide. Au lieu d'étudier la chute d'une sphère, ils ont étudié l'oscillation d'un pendule constitué par deux sphères de verre ($d = 0,78$ cm) fixées aux extrémités d'une tige de platine

⁽¹⁾ *Phys. Zeits.*, t. XII, 1911, p. 707.

⁽²⁾ *Ann. der Phys.*, t. XXXVI, 1911, p. 981.

suspendue en son milieu à une potence. Le tout est enfermé dans un récipient où l'on peut faire le vide. Une petite tige de fer fixée à l'axe vertical permet, grâce à un aimant, de faire osciller le système des sphères de l'extérieur, quand l'équilibre est atteint à l'intérieur du récipient.

L'ensemble de leurs résultats expérimentaux a conduit ces auteurs à la formule empirique

$$A = 0,68 + 0,35 e^{-1,85 \frac{a}{l}}.$$

En fait, pour les rayons des gouttes de Millikan, cette formule donnerait bien $f = 0$ (choc rugueux).

Knudsen fait remarquer que, d'après cette formule, la quantité A de Cunningham ne doit pas être considérée comme une constante, elle varie en effet avec la pression (puisqu'elle est fonction de l) et avec le rayon.

Ce résultat paraît assez surprenant : *a priori* on ne voit pas pourquoi, pour un rayon de grandeur donnée, la plus ou moins grande valeur du libre parcours moyen pourrait modifier la nature des chocs entre la sphère et les molécules du gaz, ou pourquoi la grandeur du rayon, pour un libre parcours moyen donné, aurait une influence sur ces chocs.

Il semble au contraire plus naturel de supposer *a priori* que pour une sphère de nature déterminée, la fraction f de Maxwell doit toujours être la même, quel que soit le rapport $\frac{l}{a}$.

17. *Etude expérimentale et directe.* — Un procédé qui m'a paru commode pour cette étude est le suivant : mesurer la vitesse de chute d'une sphère dans le gaz et déterminer, par application rigoureuse de la loi de Stokes, le rayon de cette même sphère par sa chute dans un liquide.

Soient Δ la densité de la sphère, Δ_1 celle du gaz, Δ_2 celle du liquide, η_1 la viscosité absolue du gaz, η_2 celle du

liquide, a le rayon de la sphère, v_1 la vitesse théorique (d'après Stokes) dans le gaz, v_2 dans le liquide, enfin u_1 et u_2 les vitesses vraies dans le gaz et dans le liquide.

On a les relations

$$(1) \quad v_1 = \frac{2}{9} g a^2 \frac{\Delta - \Delta_1}{\eta_1},$$

$$(2) \quad v_2 = \frac{2}{9} g a^2 \frac{\Delta - \Delta_2}{\eta_2}.$$

Il est hors de doute qu'on a

$$u_2 = v_2.$$

La mesure de u_2 (avec les mesures accessoires de Δ_1 , Δ_2 , η_2) donnera a .

En portant dans (1) la valeur ainsi obtenue pour a , on aura v_1 .

La comparaison des valeurs u_1 et v_1 donnera la correction à apporter à la loi de Stokes.

Difficultés. — Cette méthode, simple théoriquement, n'est pas sans difficultés dans l'application. Les principales sont les suivantes :

a. Obtenir des sphères *solides* de faible diamètre (de l'ordre du μ) et trouver un liquide dans lequel, d'une part, la sphère soit pratiquement insoluble, d'autre part, la sphère veuille bien entrer et tomber.

b. Éviter les courants de convection dans le gaz et dans le liquide.

c. Observer et mesurer la chute des sphères.

Voici, après bien des tâtonnements, le dispositif auquel je me suis arrêté.

18. *Appareil producteur de sphérules.* — Rien n'est plus facile que de produire des gouttelettes liquides aussi

petites qu'on le désire : il suffit de pulvériser, à l'extrémité d'un tube capillaire suffisamment fin, avec un courant d'air suffisamment intense, le liquide en question. Si le liquide est visqueux, il faut un courant d'air plus fort que si le liquide est mobile. Pour le mercure, un moyen commode pour avoir de très fines gouttelettes est le suivant : dans un ballon (*fig. 2*), on fait bouillir du mercure; un tube muni d'un robinet, en communi-

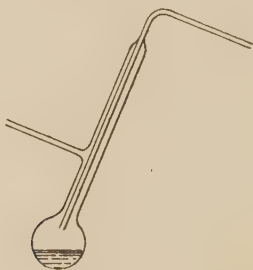


Fig. 2.

cation avec une canalisation d'air comprimé, plonge dans l'atmosphère du ballon. Lorsqu'on ouvre le robinet, l'air entraîne avec lui, par une tubulure latérale, de la vapeur de mercure, qui se condense en de très fines gouttelettes.

Il est un peu plus difficile d'obtenir des sphérules solides, homogènes. Il faut choisir un corps dont la température de fusion soit assez basse et qui soit inoxydable dans le voisinage de cette température (sinon, il faudrait opérer dans une atmosphère inerte, ce qui serait une complication). Il faut également que le corps, amorphe à la température de fusion, ne cristallise pas par refroidissement : autrement les gouttelettes ne resteraient pas sphériques, ne seraient pas homogènes, et l'on n'en connaîtrait pas la densité (par exemple la paraffine est à rejeter).

J'ai choisi le soufre. On sait que le soufre fond à 110°

pour donner un liquide de viscosité faible; quand on élève la température, le liquide devient pâteux, puis redevient fluide vers 250° . Pulvérisé à cette dernière température, il donne des gouttelettes sphériques de la consistance d'un verre, transparentes et ne laissant pas

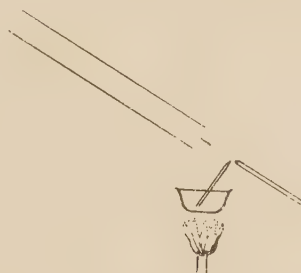


Fig. 3.

passer la lumière entre nicols croisés. Au bout de plusieurs heures, le soufre cristallise et alors la lumière passe entre nicols croisés.

La pulvérisation se fait bien de la façon suivante : dans une capsule (*fig. 3*), on fond du soufre; dans le soufre plonge un tube de cuivre rouge (3^{mm} diamètre intérieur) dont l'extrémité supérieure a été travaillée de façon à réduire le diamètre du trou à 1^{mm} environ. C'est le tube par lequel le soufre montera; il sera pulvérisé par l'air sous pression arrivant par un tube long, en cuivre rouge et chauffé. Le courant d'air nécessaire à la pulvérisation ne refroidit pas ainsi exagérément le tube qui plonge dans le soufre; par suite, le soufre ne se solidifie pas dans le tube.

Les granules ainsi formés sont dirigés dans une boîte, dont la base est percée d'un trou d'aiguille.

La grosseur des granules varie, évidemment, avec la vitesse du courant d'air et avec la température à laquelle se fait la pulvérisation.

19. *Choix du liquide.* — Il fallait un liquide de densité

inférieure à 2, de faible tension superficielle et dans lequel le soufre fût pratiquement insoluble.

L'eau est à rejeter, parce qu'elle retient à sa surface une grande partie des grains; il est extrêmement difficile, presque impossible, d'avoir une surface d'eau propre : il y a toujours de l'huile à la surface. J'avais pensé au pétrole : la surface en est propre et des essais m'ont montré que les granules en traversaient très facilement la surface. Mais le pétrole, même le plus raffiné qu'on puisse trouver, contient toujours des particules en suspension qu'il est impossible d'enlever. De plus, sa belle fluorescence gêne pour l'observation, et je n'ai pu arriver à éliminer les courants de convection.

J'ai trouvé que le xylol convenait parfaitement : sa surface est propre, sa tension superficielle est faible, et une sphère qui touche la surface tombe immédiatement dans le liquide.

Le soufre est bien un peu soluble dans le xylol (environ 3 pour 100), mais ce n'est pas très gênant; on fait une solution saturée de soufre dans le xylol en agitant de la fleur de soufre dans du xylol et en l'abandonnant au repos, pendant plusieurs jours, à la température à laquelle on doit faire des mesures. Le liquide, décanté, ne paraît pas contenir de particules ultramicroscopiques en suspension.

20. *Courants de convection.* — Le xylol est placé dans une cuve à faces parallèles (3^{mm} de côté à l'intérieur, 2^{cm} de hauteur). Pour éviter les courants de convection, il faut maintenir uniforme la température du liquide, et pour cela isoler thermiquement cette cuve. On la met à l'intérieur d'une cavité creusée dans un gros bloc cylindrique en

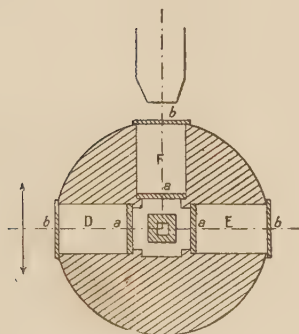


Fig. 4.

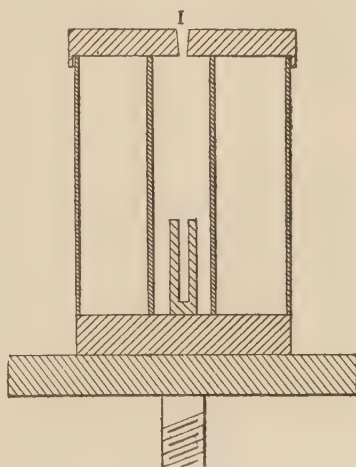


Fig. 5.

cuivre rouge. Trois ouvertures latérales D, E, F sont faites dans ce bloc et sont fermées par des glaces *a* et *b*, jouant un rôle analogue à ces doubles fenêtres qui garantissent l'intérieur des maisons contre les changements brusques de température extérieure.

L'ouverture D sert pour l'entrée de la lumière, l'ouverture E pour la sortie, l'ouverture F pour l'observation. Un couvercle H en cuivre rouge, percé d'un petit trou d'aiguille I, s'emboîte exactement sur le bloc.

L'ensemble est porté par un support L qu'on peut déplacer verticalement à l'aide d'une bonne crémaillère.

La lumière produite par un arc électrique est concentrée par une lentille, de façon que l'image des charbons se forme sur l'axe du bloc. Pour arrêter, autant que possible, les rayons calorifiques qui pourraient introduire des variations de température dans la cuve, le faisceau lumineux traverse d'abord une cuve contenant du pétrole, puis une longue colonne de 50^{cm} d'eau, ou mieux, d'une solution d'acétate de cuivre (qui, d'après Féry, arrête beaucoup mieux les rayons calorifiques que le sulfate de cuivre couramment employé).

21. *Observation des gouttes.* — L'instrument qui sert à observer les gouttes est un microscope muni d'un objectif a_2 Zeiss (distance frontale 3^{cm},4) et d'un oculaire 6 dans lequel est un micromètre oculaire. (La mise au point sur une lame portant une graduation micrométrique montre que les 50 divisions du micromètre oculaire valent 1^{mm},88.)

Lorsqu'une goutte produite par le pulvérisateur entre dans l'appareil par l'ouverture I, elle apparaît dans le champ du microscope comme un point brillant sur fond sombre. On mesure le temps qu'elle met pour parcourir tout le micromètre oculaire. Puis, à l'aide de la crémaillère du support, on élève l'appareil et l'on mesure à nouveau le temps de chute de la goutte. Puis on élève encore l'appareil de façon à avoir, dans le champ, le ménisque de xylol. A ce moment, on déplace un peu la mise au point du microscope d'une quantité correspondant aux épaisseurs de verre et de xylol traversées (avec un peu d'habitude, cette opération se fait rapidement, sans perdre de vue, un seul instant, la sphère. On voit alors la sphère entrer dans le liquide. On attend un petit instant que la chute soit devenue uniforme, puis on mesure le temps mis pour parcourir une fraction du micromètre. On vérifie qu'il n'y a

pas de mouvement de convection en constatant que la vitesse de chute dans le liquide est uniforme.

22. *Mesures accessoires : Mesure de Δ* — La densité du soufre à l'état solide, amorphe, est donnée par les Tables. J'ai d'ailleurs contrôlé cette densité par l'emploi de la méthode du flottage de Retgers, en prenant comme liquide du chlorure de zinc.

Mesure de Δ_2 . — La densité du xylol a été déterminée à l'aide du pycnomètre. J'ai trouvé

$$\Delta_2 = 0,863.$$

Mesure de η_1 . — La viscosité du xylol saturé de soufre a été déterminée par comparaison avec celle de l'eau, à l'aide du viscosimètre d'Ostwald.

J'ai trouvé

$$\eta_{18,5} = 0,00595 \quad (\text{unités absolues C. G. S.}).$$

Mesure de η_2 . — Le xylol étant volatil, j'ai admis que l'air placé au-dessus de la cuve et dans lequel on étudie le mouvement des gouttes, est saturé de xylol. La viscosité en a été comparée à celle de l'air pur et sec à la même température, par une méthode très simple due à Rankine, basée sur la loi de Poiseuille, que je me permets de décrire assez longuement, car je crois qu'elle pourra être très utile aux chercheurs dans bien des cas.

23. MÉTHODE DE RANKINE. — Un tube capillaire fin AB ($d = \frac{1}{10}$ mm) est soudé à ses extrémités à un autre capillaire ($d = 2$ mm à 3 mm) AC DB, muni de deux robinets R, R, comme l'indique la figure. Un index de mercure est introduit dans le deuxième capillaire, sur lequel on a marqué deux

repères C et D tels que le volume AC est égal au volume BD. Les deux robinets servent pour le nettoyage du tube et pour l'introduction du gaz.

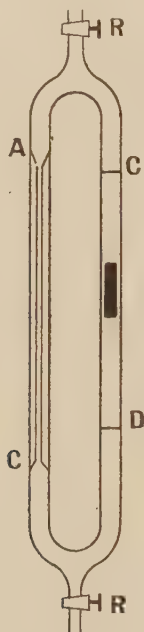


Fig. 6.

Supposons le tube vertical : le gaz au-dessus de l'index est à une pression p_1 , le gaz au-dessous à une pression p_2 , et entre p_1 et p_2 on a la relation

$$p_2 = p - p_1,$$

p étant le poids de l'index.

L'index de mercure tombera d'un mouvement uniforme, en forçant le gaz au-dessous de lui à passer par le fin capillaire.

La vitesse de chute de l'index est inversement proportionnelle à la viscosité du gaz, pour une masse de mercure donnée. On mesurera cette vitesse par le temps de chute de l'index entre les deux repères C et D.

D'où le procédé suivant pour obtenir le rapport des viscosités de deux gaz (l'air sec et l'air chargé de xylol, par exemple).

On remplit le tube d'air sec (viscosité absolue η_1); on mesure le temps de chute t_1 pour une masse de mercure donnée.

On chasse l'air sec qu'on remplace par de l'air saturé de xylol par barbotage. On mesure à nouveau le temps de chute t_2 .

On a l'équation

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2}$$

qui donne la viscosité absolue de l'air chargé de xylol, si l'on connaît la viscosité absolue de l'air sec (1).

L'appareil de Rankine peut servir à la détermination des viscosités en valeur absolue, à la condition d'avoir un tube capillaire bien calibré.

On démontre très facilement, d'après la loi de Poiseuille, que la viscosité η est donnée avec une approximation très suffisante ($\frac{1}{3000}$ environ), par la formule

$$(1) \quad \eta = \frac{\pi R^4 b g}{8 l v A} \left(1 + 4 \frac{G}{R} \right).$$

R , rayon du petit capillaire;

l , longueur du petit capillaire;

A , section du gros capillaire;

v , volume entre les repères;

g , accélération de la pesanteur;

G , libre parcours moyen dans le gaz;

b , quantité définie de la façon suivante :

On démontre et vérifie par l'expérience que la masse m

(1) Par exemple CO^2 et air à 15° donnent $\frac{\eta_{\text{CO}^2}}{\eta_{\text{air}}} = 0,88$ identique au rapport calculé par d'autres méthodes.

de mercure est liée au temps de chute par la relation

$$m = a + \frac{b}{t}.$$

En déterminant le temps de chute pour trois masses différentes de mercure, portant en ordonnées les masses, en abscisses les inverses des temps, on a trois points en ligne droite. Le coefficient angulaire de cette droite donne b .

Dans la relation (1), le terme $\frac{4G}{R}$ est un terme correctif qu'on pourra négliger si l'on veut une approximation du $\frac{1}{100}$ seulement.

Les mesures se font très rapidement. De plus, les dimensions intérieures de l'appareil étant très faibles (quelques centimètres cubes), cet appareil pourra servir à la détermination des viscosités des gaz rares (c'est d'ailleurs en vue de cet usage qu'il a été imaginé).

A la température de 20°,5 j'ai trouvé

$$\frac{\eta_{\text{air sec}}}{\eta_{\text{air + xylol}}} = \frac{23,7}{23,8}$$

(comme moyenne de 20 mesures environ).

On peut donc prendre pour viscosité de l'air chargé de xylol, la viscosité de l'air sec.

24. Résultats des mesures. — Les mesures faites avec des gouttes de mercure m'ont donné des résultats moins concordants que celles faites avec des gouttes de soufre; cela tient à la grande densité de ce liquide, les gouttes tombent très vite (6 fois plus vite dans l'air que des gouttes de soufre de même diamètre, 10 fois plus vite dans le xylol). La précision diminue d'autant, et je ne puis rien dire de certain sur la valeur de A qui peut aussi bien être 0,8 que 2 d'après les expériences faites.

t_1	t_2	a	$\frac{l}{a}$	τ_2	A.
98	2,4	0,67 ^{μ}	0,142	2,7	0,84
95	1,8	0,74	0,128	2,07	1,17
165	2,8	0,56	0,17	3,6	1,65
250	4,2	0,45	0,21	5,3	1,25
Moyenne...					1,23

t_1 est le temps de chute observé dans le xylol;

t_2 est le temps de chute observé dans l'air;

τ_2 est le temps de chute calculé dans l'air;

a est le rayon en microns.

La correction à la loi de Stokes, donnée par Rybczinsky et Hadamard, aurait pour effet de diminuer des $\frac{25}{22}$ la vitesse calculée, par suite d'augmenter de $\frac{25}{22}$ la valeur τ_2 calculée, ce qui augmenterait les valeurs trouvées de A dans le rapport $\frac{25}{22}$ et donnerait $A = 1,38$. Comme il est dit plus haut, la précision n'est pas suffisamment grande pour que je puisse voir dans ces mesures autre chose qu'une indication.

En voici de meilleures.

EXPÉRIENCES AVEC LE SOUFRE.

Le Tableau suivant donne les résultats obtenus :

t_1	t_2	a	$\frac{l}{a}$	τ_2	A.
210	3,2	1,46	0,065	3,6	1,8
350	5,2	1,13	0,084	6	1,7
250	3,8	1,34	0,072	4,25	1,6
300	3,4	1,22	0,078	5,1	1,5
255	3,1	1,41	0,067	3,45	1,6
Moyenne...					1,64

Je n'ai pas pu observer de grains plus petits, ce qui eût été souhaitable, car la précision eût été augmentée, la

quantité la plus difficile à mesurer étant t_2 ; mais lorsque les gouttes sont plus petites, je ne les voyais plus dans le xylol avec le microscope.

Le résultat brut est que les chocs doivent être considérés comme élastiques, au moins pour des molécules d'air sur une paroi de soufre, et probablement dès lors dans beaucoup d'autres cas ⁽¹⁾.

(1) Au surplus, il n'y a peut-être aucune contradiction entre mes résultats et ceux de Knudsen; le verre des sphères de Knudsen peut fort bien être beaucoup plus rugueux que ma paroi de soufre surfondu.

II.

RECHERCHES SUR LA CHARGE DE L'ÉLECTRON.

25. La méthode employée est celle de Millikan : une sphère chargée est introduite dans un condensateur ; elle tombe sous l'action de la pesanteur ; à l'aide d'un champ électrique convenable, on la fait remonter ; elle tombe à nouveau quand on coupe le champ électrique, et ainsi de suite.

DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL. — L'appareil dont je me suis servi se compose essentiellement :

- 1° D'un producteur de sphères ;
- 2° D'un condensateur ;
- 3° D'un système éclairant ;
- 4° D'un instrument d'observation et de mesure.

26. *Producteur de sphères.* — Nous avons vu précédemment, dans l'étude de la loi de Stokes, comment on produisait des sphérules liquides, ou solides, par pulvérisation. Ces granules ainsi produits sont pour la plupart chargés, les uns positivement, les autres négativement. J'ai remarqué que la vitesse du courant d'air influait un peu sur la charge.

Par quel mécanisme les gouttelettes sont-elles chargées ? On n'en sait rien.

Les granules ainsi produits sont dirigés dans une boîte placée au-dessus du condensateur, et percée d'un trou à sa partie inférieure. L'air servant à la pulvérisation est débarrassé de ses poussières par le passage dans un filtre

de coton de verre; il est de plus desséché par passage à travers une longue colonne de ponce sulfurique.

27. *Condensateur.* — Un premier condensateur employé est formé de deux blocs cylindriques de laiton ($d = 3^{\text{cm}}$, $h = 1^{\text{cm}}$), dont les faces en regard ont été soigneusement

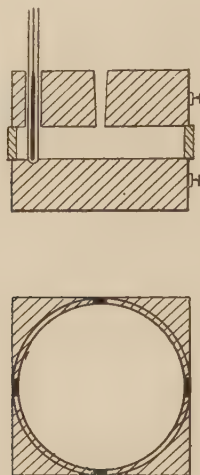


Fig. 7.

rendues planes par rodage; elles adhèrent très bien par simple contact. Des bornes soudées à ces blocs permettent de les réunir aux deux pôles d'une batterie d'accumulateurs. Le plateau supérieur est percé, suivant son axe, d'un trou très fin (à l'aide d'une pointe d'aiguille) et, à environ 1^{cm} de l'axe, d'un trou de 2^{mm} de rayon, permettant le passage soit d'un thermomètre au $\frac{1}{5}$ de degré, soit d'une pince d'un couple thermo-électrique.

Les deux plateaux sont séparés par une lame carrée (de 32^{mm} de côté) d'ébonite à faces bien parallèles (épaisseur 3^{mm}), percée d'un trou circulaire de 14^{mm} de rayon.

Cette lame est percée, au centre de trois des côtés, de trous de 2^{mm} de diamètre, fermés par des morceaux de couvre-objets, collés au baume de Canada. La cuve ainsi formée est étanche; on s'en assure à ce que un grain reste dans l'axe du condensateur pendant plusieurs heures sans subir de déplacements notables; il n'y a donc pas de mouvements de convection dans la cuve, mouvements inévitables si le condensateur n'est pas bien fermé.

L'épaisseur de la lame d'ébonite a été mesurée avec un compas d'épaisseur donnant le $\frac{4}{100}$ de millimètre.

Un deuxième condensateur, plus grand, employé plus tard pour l'observation de grains plus gros, est formé par deux lames de laiton (4^{cm} de diamètre), également très bien travaillées sur les faces en regard; trois cales en quartz sont

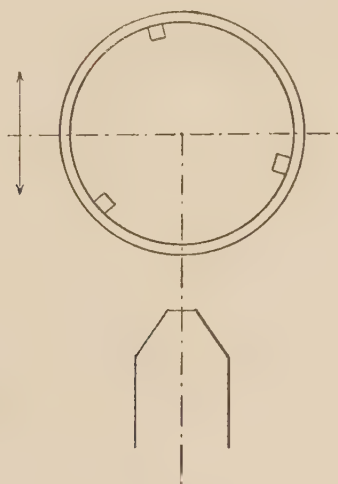


Fig. 8

placées sur le plateau inférieur : sur ces cales, on pose doucement le plateau supérieur. Ces cales ont 4^{mm} de hauteur (au $\frac{4}{100}$ de millimètre près).

Sur le pourtour est disposée une couronne cylindrique

d'ébonite, dans laquelle le condensateur s'emboîte très exactement, à frottements doux. Cette couronne, qui sert de fermeture au condensateur, est percée de trois ouvertures, deux diamétralement opposées, l'autre à égale distance des deux précédentes, et fermées par des lamelles couvre-objets.

Chacun des plateaux porte une borne permettant de le réunir électriquement à un pôle d'une batterie.

Dans les deux cas, le condensateur est placé sur un plateau isolant porté par un support très stable. Le condensateur est posé horizontalement. On se rend compte à la fois : du parallélisme des plateaux, de leur horizontalité et de l'absence des courants de convection à ce que, pendant plusieurs heures, on peut, sans changer la mise au point de l'appareil d'observation, conserver au point, suivant la même verticale, le même grain, malgré ses mouvements de chute et d'ascension dans le condensateur ⁽¹⁾.

Dans les deux cas, un tube vertical, qu'on peut obturer, est placé au-dessus et dans l'axe du condensateur et le met en communication avec la boîte où sont envoyées les gouttelettes formées par le pulvérisateur.

Connexions. — Les plateaux sont réunis, par des fils bien isolés, à un interrupteur à godets, relié lui-même à une batterie d'accumulateurs ⁽²⁾, par l'intermédiaire d'un inverseur. On peut ainsi soit mettre les plateaux du condensateur en court circuit, soit établir entre les plateaux un champ électrique, d'un sens ou de l'autre. La boîte d'accumulateurs employée permet d'avoir 1800 volts, ce qui donne un champ de 6000 volts : cm pour le premier condensateur, soit de 4500 volts : cm pour le deuxième.

⁽¹⁾ Au grossissement employé, le mouvement brownien ne produit pas de déplacement appréciable.

⁽²⁾ Les accumulateurs étaient du type Bûtaud, à électrodes superposées.

La différence de potentiel est mesurée au moyen d'un voltmètre Carpentier de précision (0,150 volt) ; on mesure séparément le voltage de chaque boîte d'accumulateurs

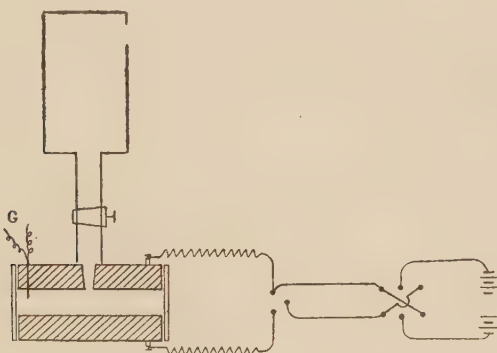


Fig. 9.

avant et après chaque expérience, comme contrôle. Le voltage ne change d'ailleurs pas d'une façon mesurable pendant la mesure.

28. *Éclairage.* — La lumière employée est celle d'une lampe à arc à régulateur.

Pour éviter tout échauffement dû à des rayons calorifiques, échauffement qui amènerait des courants de convection dans le condensateur, la lumière traverse une colonne d'eau de 60^{cm} de longueur. Au sortir de cette colonne d'eau, le faisceau est concentré, à l'aide d'une lentille à court foyer, sur l'axe du condensateur : il entre dans le condensateur par l'une des fenêtres et sort par la fenêtre opposée. La lentille servant à la condensation de la lumière est un objectif de microscope (*aa* Zeiss dans le premier cas, *a₂* Zeiss dans le deuxième cas).

29. *Visée.* — L'appareil d'observation est un microscope Zeiss dont l'axe est rendu horizontal et placé à angle droit

du faisceau lumineux. Les granules tombant sont vus comme des points brillants sur fond noir.

Le microscope était muni, dans le premier cas, d'un objectif *aa*, et d'un oculaire 12 dans lequel est disposé un micromètre oculaire portant 50 divisions. La valeur d'une division était déterminée par comparaison avec une graduation tracée sur un porte-objet (cellule à compter les globules du sang).

Dans le deuxième cas, l'objectif *aa* ne peut plus convenir, ayant une distance frontale trop faible. Il a été remplacé par un objectif *a₂* et l'oculaire 12 par l'oculaire 6 (les 50 divisions valent 1^{mm},88).

Les temps étaient mesurés avec un chronomètre donnant le $\frac{1}{5}$ de seconde. (Incidentement je ferai remarquer que Millikan dit dans son Mémoire, mesurer le temps au $\frac{1}{100}$ de seconde près, ce qui paraît bien exagéré.)

30. *Marche d'une expérience.* — Les mesures furent faites avec du soufre et avec diverses huiles. On pulvérise le corps étudié et l'on envoie les sphères dans la chambre au-dessus du condensateur. On ouvre la communication entre la chambre et le condensateur et l'on attend qu'un grain chargé tombe dans le condensateur. On ferme la communication et l'on maintient la sphère dans le champ du microscope à l'aide d'un champ électrique convenable. On mesure la vitesse de chute sans champ électrique, puis la vitesse avec le champ électrique. On opère ainsi pendant longtemps. Il arrive souvent ⁽¹⁾ que la charge du grain varie spontanément, ce dont on s'aperçoit à la variation de vitesse sous l'action du champ électrique. On mesure la nouvelle vitesse.

Nous verrons tout à l'heure ce qu'on peut en déduire pour la charge élémentaire.

(1) Cela tient sans doute à ce que des corps radioactifs avaient été maniés jadis dans le laboratoire.

Il est inutile, *a priori*, d'étudier la chute de grains très chargés (portant 100 électrons et plus, comme pour certaines gouttes d'huile de Millikan, car on n'en peut rien tirer de précis pour la charge élémentaire). Or, on peut facilement calculer, approximativement, pour une goutte de rayon donné (d'après la vitesse de chute libre), quel potentiel est nécessaire pour que la goutte ne possédant qu'un petit nombre d'électrons, reste immobile ou avec une vitesse faible quand elle est soumise à la fois au champ électrique et au champ de gravitation. On rejettera cette goutte, si elle est trop chargée, c'est-à-dire si le champ électrique nécessaire est bien inférieur au champ calculé précédemment.

On mesurera la température avec soin pour avoir, d'une part, la densité de la matière employée, d'autre part, et surtout, la viscosité du gaz. On déterminera également, comme nous l'avons dit plus haut, la différence de potentiel avant et après la mesure.

31. *Calcul d'une expérience.* — Voyons comment, des mesures précédentes, on peut déduire la charge élémentaire e de l'électron.

Supposons d'abord que la loi de Stokes soit rigoureusement applicable aux sphères considérées.

Soient E , la charge du grain, H le champ électrique, v_1 la vitesse en chute libre, v_2 la vitesse sous l'action combinée du champ de gravitation et du champ électrique, m la masse apparente de la sphère; on a entre les vitesses v_1 et v_2 la relation

$$(1) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{mg}{HE - mg}.$$

Si a est le rayon du grain de densité Δ , tombant dans un milieu de densité δ , on a

$$(2) \quad m = \frac{4}{3} \pi a^3 (\Delta - \delta).$$

Soit η la viscosité de l'air à la température du condenseur. La loi de Stokes appliquée à la sphère donne le rayon

$$(3) \quad v_1 = \frac{2}{9} \frac{g a^2}{\eta} (\Delta - \delta).$$

L'élimination de m et de a entre les équations (1), (2) et (3) donne la charge E

$$(4) \quad E = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{9\eta}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{1}{g(\Delta - \delta)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{(v_1 + v_2)}{H} v_1^{\frac{1}{2}},$$

équation où tout est donné par l'expérience, sauf E .

Si dans cette équation on exprime g , v_1 , v_2 , η dans le système C.G.S., H en unités électrostatiques, la charge E sera donnée en unités électrostatiques C.G.S.

Si l'on admet la structure atomique de l'électricité, la charge électrique sera donnée par le quotient de E par un nombre entier. Reste à prouver la structure atomique et à choisir le quotient.

Supposons que la charge du grain varie : soient E' la nouvelle charge et v'_2 la nouvelle vitesse sous l'action du champ électrique. L'équation (1) devient

$$(5) \quad \frac{v_1}{v'_2} = \frac{mg}{HE' - mg}.$$

L'élimination de m entre les relations (1) et (5) donne

$$(6) \quad \frac{E}{E'} = \frac{v_1 + v_2}{v_1 + v'_2}.$$

Si, par l'expérience, on trouve que le rapport $\frac{v_1 + v_2}{v_1 + v'_2}$ est toujours un rapport simple (quotient de deux nombres entiers n et n'), on aura, par là même, la preuve expérimentale de la structure atomique de l'électricité.

Et la charge élémentaire sera

$$e = \frac{E}{n} = \frac{E'}{n'}.$$

Cette relation n'aura de valeur réelle et probante que si les nombres n et n' sont petits ⁽¹⁾.

Dans le calcul précédent, nous avons admis que la loi de Stokes s'appliquait rigoureusement, ce qui revient, d'après ce que nous avons vu dans l'étude de cette loi, à supposer que les granules employés sont rigides et que leur rayon est grand par rapport au libre parcours moyen.

Il serait désirable de pouvoir opérer dans ces conditions; nous avons éliminé la cause d'erreur provenant de la non rigidité des sphères, en employant des sphères solides. Malheureusement il est impossible d'opérer sur des sphères dont le rayon est grand par rapport au libre parcours moyen, non pas à cause de la difficulté d'obtenir de grosses sphères chargées, mais à cause de la vitesse trop grande avec laquelle elles tombent.

Le libre parcours moyen dans l'air, à la pression atmosphérique et à la température de 20°, est

$$l = 9,5 \cdot 10^{-6} = 0^{\mu}, 095.$$

Pour qu'on puisse appliquer la loi de Stokes non corrigée, eu égard aux erreurs faites sur les différentes mesures nécessaires, il faudrait que le rapport $\frac{l}{a}$ fût de l'ordre de $\frac{1}{100}$. Il faudrait donc que le rayon de la goutte considérée soit de l'ordre de grandeur de 10^{μ} . Or, en supposant que sa densité soit 1, une pareille goutte tombe, sous l'action de la pesanteur, dans l'air, avec une vitesse de $1^{\text{cm}}, 2$ par seconde, beaucoup trop grande pour être mesurée au

(1) Je ne crois pas, par exemple, qu'on puisse tirer de résultats de la goutte n° 32 de Millikan (*Phys. Rev.*, p. 374), goutte qui possède 123 électrons, et qui perd brusquement 19 électrons.

De même les deux gouttes de mercure données par Millikan (Tableaux XVI et XVII) sont à éliminer : la première, parce qu'on ne sait pas si l'on doit prendre 6 ou 7 comme nombre d'électrons; la deuxième, parce qu'elle donne aussi bien 5,40 que 5,07 pour e .

microscope. On pourrait, il est vrai, prendre l petit, ce qui reviendrait à opérer sous forte pression. Les difficultés ne paraissent pas insurmontables.

Il faut donc tenir compte de la loi de Stokes et de la correction à y apporter. Nous avons vu que la vitesse v_1 d'une sphère de rayon a dans un gaz de viscosité η , à une température et une pression telles que le libre parcours moyen est l , est donnée par la relation

$$(7) \quad v_1 = \frac{2}{9} g a^2 \frac{(\Delta - \delta)}{\eta} \left(1 + A \frac{l}{a} \right),$$

A étant justement le coefficient 1,6, prévu par la théorie lorsqu'on suppose les chocs élastiques.

Cette équation permet de calculer a (elle est du deuxième degré en a) :

$$a^2 + A l a - \frac{9 \eta}{2 g (\Delta - \delta)} v_1 = 0,$$

$$a = -\frac{A l}{2} + \sqrt{\frac{A^2 l^2}{4} + \frac{9 \eta v_1}{8 g (\Delta - \delta)}}.$$

Portant cette valeur de a dans l'expression

$$E = \frac{g}{H} \frac{v_1 + v_2}{v_1} \times \frac{4}{3} \pi a^3 \Delta, \quad \text{on aura } E.$$

32. *Résultats.* — Parmi les nombreuses mesures faites sur des gouttes de soufre, je ne donnerai que celles qui permettent de calculer e sans ambiguïté, soit que la charge totale ait été d'un très petit nombre d'électrons (5 au maximum), soit que la charge ait varié d'un ou deux électrons.

Le rayon sera exprimé en microns, l'indice 0 indiquera les calculs faits en supposant rigoureuse la loi de Stokes, l'indice 1 ceux faits en appliquant la correction avec chocs mous, l'indice 2 ceux faits en appliquant la correction avec chocs élastiques.

Le Tableau suivant donne l'ensemble des résultats.

<i>Soufre.</i>						
N°						
d'ordre.	r_0 .	e_0 .	r_1 .	e_1 .	r_2 .	e_2 .
1..	0,391	7,9	0,353	5,47	0,321	4,12
2..	0,422	7	0,387	5,35	0,354	4,08
3..	0,655	5,16	0,627	4,82	0,592	4,09
4..	0,815	5,2	0,774	4,61	0,740	4,03
5..	1,092	5,3	1,050	4,80	1,016	4,33
6..	1,115	5,2	1,071	4,71	1,035	4,25
7..	1,135	5,1	1,097	4,64	1,061	4,25
8..	1,330	4,8			1,26	4,21
Moyenne...	5,71			4,91		4,17

La goutte n° 1 possédait 2 charges

»	2	»	1	»
»	3	»	1	»
»	4	»	7	» et en a perdu 1 spontanément.
»	5	»	5	»
»	6	»	5	»
»	7	»	11	» 3
»	8	»	14	» et en a gagné 2 spontanément.

J'ai fait également des mesures avec de l'huile de paraffine et avec de l'huile de ricin.

Voici les résultats ⁽¹⁾:

Huile de paraffine ($d = 0,876$).

r_1 .	e_1 .	r_2 .	e_2 .
0,726	5,04	0,690	4,33
0,813	4,66	0,777	4,07
0,977	4,85	0,941	4,32
Moyenne...	4,85		4,24

(1) La correction $f = 0$, appliquée aux gouttes de Millikan donnerait $e = 4,5,10^{-10}$. Il y a là, avec mes résultats, un désaccord dont je ne vois pas l'origine.

Huile de ricin.

r_1 .	e_1 .	r_2 .	e_2 .
0,489	4,91	0,455	4,02
0,527	4,85	0,492	4,11
Moyenne...	4,88		4,07

On voit que l'application de la loi de Stokes (avec $f_i = 1$), en supposant les chocs élastiques, comme nous l'avons montré, conduit pour e à la valeur

$$e = 4,17 \cdot 10^{-10} \text{ U. E. S.},$$

ce qui donne pour N la valeur

$$N = 69,5 \cdot 10^{22}.$$

33. Voyons la précision qu'on peut attendre des mesures précédentes. La formule qui donne E

$$E = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{9\eta}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{1}{g(\Delta - \delta)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{(v_1 + v_2)v_1^{\frac{1}{2}}}{H}$$

peut s'écrire

$$E = K \eta^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{\Delta - \delta} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{(v_1 + v_2)v_1^{\frac{1}{2}}}{H},$$

K étant une constante.

L'erreur relative sur E est

$$dE = \frac{3}{2} d\eta + \frac{1}{2} d(\Delta - \delta) + \frac{3}{2} dv_1 + dH.$$

La température est connue au $\frac{1}{10}$ de degré près; le coefficient de variation de viscosité de l'air avec la température est 0,00276; il en résulte

$$d\eta = \frac{1}{1000}.$$

La densité est connue au $\frac{1}{100}$ près

$$d(\Delta - \delta) = \frac{1}{100}.$$

Le temps est mesuré au $\frac{1}{10}$ de seconde près

$$dv = \frac{1}{150}.$$

Le champ électrique est connu au volt près, ce qui fait une erreur de $\frac{1}{150}$

$$dH = \frac{1}{150}.$$

Il en résulte

$$dE = \frac{3}{2000} + \frac{1}{2} \frac{1}{100} + \frac{3}{2} \frac{1}{150} + \frac{1}{150} = \frac{1}{40} \text{ environ.}$$

Il faut ajouter à cette erreur celle commise sur la valeur de f , connue au $\frac{1}{10}$ près, et qui entre dans le terme correctif $1 + A \frac{l}{a}$, Il en résulte une erreur du $\frac{1}{50}$, à ajouter à la précédente.

Au total, l'erreur relative sur E est

$$\frac{1}{40} + \frac{1}{50} = \frac{1}{22} \text{ environ ou } 5 \text{ pour } 100.$$

La valeur donnée plus haut pour e : $4,17 \cdot 10^{-10}$ est donc approchée à 5 pour 100 près, ce qui donne e compris entre

$$4 \cdot 10^{-10} \text{ et } 4,4 \cdot 10^{-10}$$

et N compris entre

$$66 \cdot 10^{22} \text{ et } 72,5 \cdot 10^{22}.$$

CONCLUSION.

Dans ce travail, après un exposé sommaire et critique des diverses méthodes employées pour la mesure de la charge élémentaire de l'électron (ou des quantités qui s'y rattachent directement, comme le nombre d'Avogadro et la constante d'énergie moléculaire), j'ai étudié comment il fallait corriger la loi de Stokes dans le cas de sphères liquides et dans le cas de sphères très petites. J'ai montré expérimentalement que dans le cas de sphères solides, dont le rayon est de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen du fluide, il fallait admettre que les chocs des molécules du fluide contre la sphère étaient élastiques.

J'ai montré, dans le cas de sphères liquides en mouvement dans un autre liquide, que la correction à apporter à la loi de Stokes est de l'ordre du $\frac{1}{10}$.

Puis j'ai appliqué la méthode de Millikan à des sphères solides. Et j'ai ainsi trouvé, pour charge élémentaire d'électricité, la valeur

$$e = 4,17 \cdot 10^{-10} \text{ U. E. S.}$$

inférieure d'environ 15 pour 100 à celle donnée par Millikan, et qui se trouve en complet accord avec celle ($4,25 \cdot 10^{-10}$) qu'a donnée l'étude du mouvement brownien.

La valeur $4,2 \cdot 10^{-10}$, faisant le nombre N d'Avogadro égal, à $69 \cdot 10^{22}$ paraît pouvoir être admise.

Vu et approuvé :

Paris, le 6 novembre 1912.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

PAUL APPELL.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 6 novembre 1912.

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

L. LIARD.

SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Phosphorescence des corps organiques.

Vu et approuvé :

Paris, le 6 novembre 1912.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

PAUL APPELL.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 6 novembre 1912.

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

L. LIARD.

50813 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS.

Quai des Grands-Augustins, 55.
